Exercice 1

On considère la suite *u* définie pour tout entier naturel *n* :

$$u(n) = -n^2 + 2n + 15$$

1) Déterminer les 6 premiers termes de la suite à l'aide de votre calculatrice. Que pouvez-vous conjecturer ?

2) Montrer que $u(n+1) - u(n) = 1 - 2n$.

3) Démontrer la conjecture faite à la question 1).

Exercice 2

On considère la suite *v* définie pour tout entier naturel *n* :

$$v_n = \frac{3n-1}{n-2}$$

1) Déterminer les 6 premiers termes de la suite à l'aide de votre calculatrice. Que pouvez-vous conjecturer ?

2) Montrer que $v_{n+1} - v_n = \frac{-5}{(n-1)(n-2)}$.

3) Démontrer la conjecture faite à la question 1).

Exercice 3

1) Soit (u_n) une suite arithmétique de 1^{er} terme $u_0 = 3$ et de raison $r = -\frac{1}{3}$. Calculer u_1, u_{10}, u_{41} et u_{2019}.

2) Soit (v_n) une suite arithmétique. On sait que $v_{102} = 47$ et $v_{157} = 25$.

a) Déterminer la raison r de la suite.

b) Déterminer le 1^{er} terme v_0.

c) Calculer u_{3000}.

3) Dans chacun des cas suivants, déterminer si la suite (s_n) définie sur $\mathbb{N}$ est arithmétique ou non :

a) $s_0 = -2$ et $s_{n+1} = s_n - 3$.

b) $s_0 = 4$ et $s_{n+1} = \frac{1}{2}s_n - 5$.

c) $s_n = 5 - \frac{6}{n}$.

d) $s_n = (n+2)^2 - n^2$.

Exercice 4

1) Soit (u_n) une suite géométrique de 1er terme $u_0 = 10\,000$ et de raison $q = -\frac{1}{2}$. Calculer u_1, u_2, u_6 et u_{10}.

2) Soit (w_n) une suite géométrique. On sait que $w_3 = 12$ et $w_6 = 324$.

a) Déterminer la raison q de la suite.

b) Déterminer le 1er terme w_0.

c) Calculer w_4 et w_7.

3) Dans chacun des cas suivants, déterminer si la suite (t_n) définie sur $\mathbb{N}$ est géométrique ou non :

a) $t_n = 2.3^n$.

b) $t_n = \frac{5}{2^n}$

c) $t_n = \frac{7^n}{8^{n+2}}$

d) $t_n = 5n^2$.

Exercice 5

Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} v_0 = -2 \\ v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n - 1 \end{cases}$ .On définit la suite (w_n) par $w_n = \frac{1}{2}v_n + 2$.

1) Calculer w_0, w_1.

2) Calculer w_{n+1} en fonction de w_n.

3) a) Montrer que (w_n) est géométrique.

b) Déterminer le 1er terme et la raison.

4) Déterminer l'expression de w_n en fonction de n.

4) En déduire que $v_n = 2\left(\frac{3}{4}\right)^n - 4$.

Exercice 6 *Difficile…*

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{-5u_n+10}{2u_n-6} \end{cases}$ avec $u_n \neq -2$.

1) Montrer que la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{2u_n-5}{2u_n+4}$ est géométrique.

2) Calculer v_n en fonction de n et de v_0.

3) Calculer u_n en fonction de n et de u_0.