

Définition Quand deux figures F et F' ont la même forme et que les longueurs des côtés de F' sont proportionnelles aux longueurs des côtés de F , on dit que :

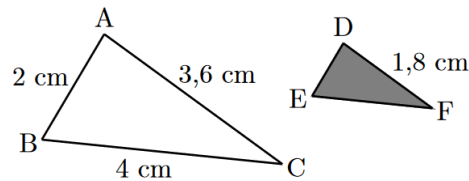
* F' est un agrandissement de F si le coefficient de proportionnalité est supérieur à 1 ;

* F' est une réduction de F si le coefficient de proportionnalité est inférieur à 1.

Ce coefficient est appelé rapport d'agrandissement ou de réduction.

Remarque Si F est un agrandissement de F' de rapport k (non nul) alors F' est une réduction de F de rapport $\frac{1}{k}$.

Exemple Le triangle DEF est une réduction du triangle ABC.



Le coefficient de réduction est égal à $\frac{DF}{AC} = \frac{1,8}{3,6} = 0,5$.

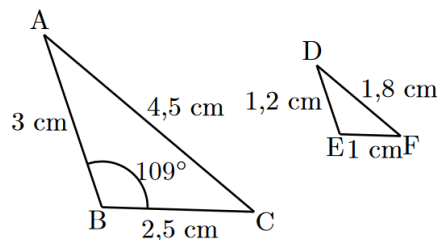
Donc, $DE = 0,5 \times AB = 0,5 \times 2 = 1$ cm, et $EF = 0,5 \times BC = 0,5 \times 4 = 2$ cm.

Propriété Conservation des angles

Lors d'une réduction ou d'un agrandissement, les angles sont conservés.

Remarque Lors d'une réduction ou d'un agrandissement, un triangle rectangle devient un triangle rectangle.

Exemple



$\frac{DE}{AB} = \frac{1,2}{3} = 0,4$ et $\frac{EF}{BC} = \frac{1}{2,5} = 0,4$ et $\frac{DF}{AC} = \frac{1,8}{4,5} = 0,4$.

Le triangle DEF est une réduction du triangle ABC de facteur 0,4.

Il a donc les mêmes angles, donc $\widehat{DEF} = 109^\circ$

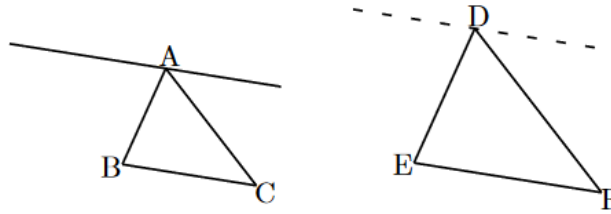
Propriété Conservation du parallélisme

Lors d'une réduction ou d'un agrandissement, le parallélisme est conservé.

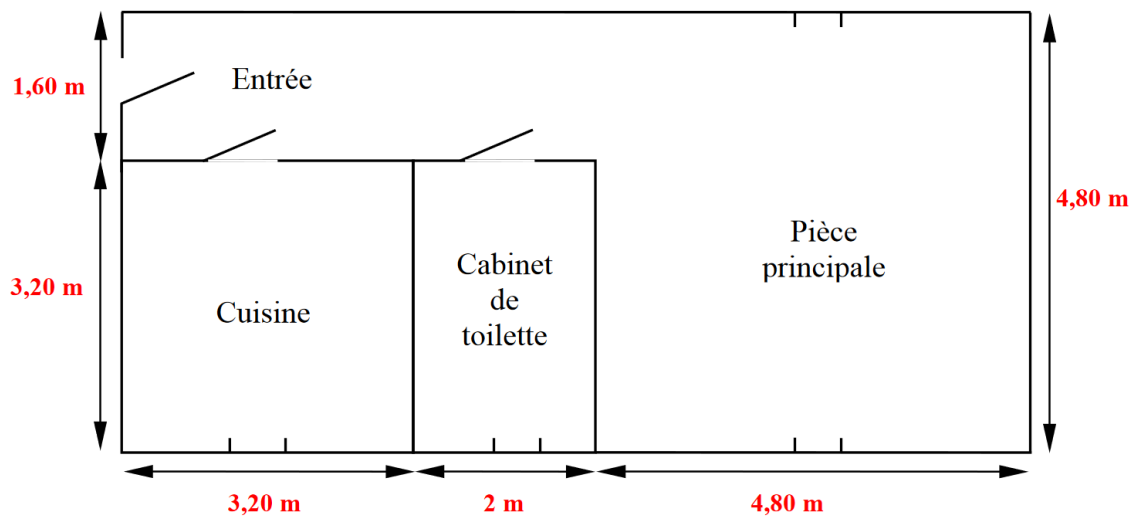
Exemple La figure de départ est constituée d'un triangle ABC et de la droite parallèle au côté [BC], passant par le point A.

On construit un agrandissement de la figure (de facteur 1,4).

Lorsqu'on a terminé la construction du triangle agrandi (nommé DEF), il ne reste plus qu'à construire la droite parallèle au côté [EF] passant par D, car comme sur la figure de départ on avait des droites parallèles, sur la figure agrandie, les mêmes droites sont aussi parallèles.



Application La notion d'échelle sur le plan d'un studio



	Dimensions mesurées sur le plan en cm	Dimensions réelles	
		en mètres	converties en cm
Côté de la pièce principale	6 cm	4,80 m	480 cm
Côté de la cuisine	4 cm	3,20 m	320 cm
Largeur du cabinet de toilette	2,5 cm	2 m	200 cm
Largeur du couloir d'entrée	2 cm	1,60 m	160 cm

A partir de ces résultats, on peut établir un **TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ** et calculer la **dimension réelle** qui correspond à **1 centimètre sur le plan**.

Pour la pièce principale :

Dimensions mesurées sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
6	480
1	?

$$? = \frac{1 \times 480}{6} = 80$$

1 cm sur le plan correspond à une dimension réelle de 80 cm.

On dit alors que le plan est à l'échelle $\frac{1}{80}$

L'échelle du plan est : $\frac{1}{80}$ ⇔ Dimension sur le plan
⇔ Dimension réelle correspondante

On lit : l'échelle du plan est « un quatre-vingtième »

Remarque : plusieurs notations de l'échelle sont possibles : $\frac{1}{80}$ ou 1 / 80 ou 1 : 80