Exercice 1

Soit un triangle ABC tel que $AB = 6$, $AC = 7$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Exercice 2

On considère deux vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ du plan et on note θ l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$. Dans chacun des cas déterminer $\vec{u}.\vec{v}$.

1. $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 6$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$;
2. $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 1$ et $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Exercice 3

Soit un triangle ABC. Calculer AB sachant que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 10$, $AC = 4$ et $\widehat{BAC} = 60°$.

Exercice 4

ABC est un triangle équilatéral de côté 6. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BA}$.

Exercice 5

Soit ABCD un carré de côté a et de centre O. Déterminer :

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AO}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$.

Exercice 6

Sachant que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 10$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BA} \cdot 2\overrightarrow{AC}$ et $3\overrightarrow{AB} \cdot 4\overrightarrow{AC}$.

Exercice 7

Sachant que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 5$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 10$, calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AD}$.

Exercice 8

Soit ABC un triangle tel que AB=5, AC=4 et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. Calculer BC. $(BC^2 = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})^2)$
3. Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.
4. En déduire une mesure approchée de la mesure d'angle $\widehat{ACB}$.

Exercice 9

Déterminer dans chacun des cas la valeur de x réel tel que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix} 4x \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -7 \end{pmatrix}$;

2. $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 2x \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -2 \\ 8x \end{pmatrix}$;

3. $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ 8 \end{pmatrix}$;

4. $\vec{u}\begin{pmatrix} 4x \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x+1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

<u>Exercice 10</u>

Dans chacun des cas suivants dire si les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires ou non.

1. $A(1\,;1), B(2\,;3), C(2\,;\,-1)$ et $D(-2\,;1)$;

2. $A(-3\,;1), B(1\,;4), C(0\,;\,5)$ et $D(1\,;1)$;

3. $A(2\,;5), B(1\,;2), C(5\,;\,4)$ et $D(8\,;3)$.

<u>Exercice 11</u>

On considère un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 8\,\text{cm}$ et $AD = 6\,\text{cm}$ et on nomme I le milieu du segment $[CD]$.

1. Faire une figure, que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice, puis calculer la longueur AC.

2. Exprimer chacun des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AI}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ et en déduire que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AI} = 68$.

3. Soit H le projeté orthogonal de I sur (AC).
En calculant d'une autre manière le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AI}$, déterminer la longueur du segment $[AH]$.

<u>Exercice 12</u>

On considère un triangle ABC tel que AB=2, AC=3 et $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

1. A l'aide du théorème d'Al Kashi :

a) Déterminer la valeur exacte de BC ;

b) Déterminer une valeur approchée à 10^{-1} près de la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$.

2. En déduire une valeur approchée à 10^{-1} près de la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

<u>Exercice 13</u> *Problème*

Soit x réel et $A(x\,;\,-2), B\left(x+4\,;x+\frac{3}{2}\right)$ deux points du plan.

1. Exprimer $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$

2. Déterminer pour quelles valeurs de x le triangle OAB est rectangle en O.

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

a) Etudier ses variations sur $\mathbb{R}$.

b) En déduire pour quelle valeur de x le produit scalaire $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ est minimal.

c) Déterminer alors une valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{BOA}$.