Exercice 1

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée, seule la réponse est attendue.

	Enoncé	**Réponse**
1)	Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 - 10 = 15$	$S = \{-5; 5\}$
2)	Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $2x - 4 - (4x^2 - 16) = 7x(2x - 4)$	$S = \left\{2; -\frac{1}{3}\right\}$
3)	Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $2x^2 + 8 = 0$	$S = \emptyset$
4)	Compléter :	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
5)	Soit $A(\sqrt{2} - 1\,;\, \sqrt{2})$ et $B(1\,;1)$. Déterminer la valeur exacte de AB.	$AB = \sqrt{9 - 6\sqrt{2}} = \sqrt{6} - \sqrt{3}$
6)	Soit $A\left(-\frac{1}{2}\,; -1\right)$ et $B\left(-\frac{5}{2}\,; 2\right)$. Vrai ou faux : $I\ \left(-3\,; \frac{1}{2}\right)$ est le milieu de [AB].	Faux
7)	Soit θ un angle aigu tel que $\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. Déterminer la valeur exacte de $\sin(\theta)$.	$\sin(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
8)	Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $2x - 4 > 4x + 12$	$S =]-\infty\,;\, -8[$
9)	Soit un triangle ABC isocèle en A tel que AB=5 et BC=8. Soit H le pied de la hauteur issue de A. Déterminer la longueur de la hauteur [AH].	$AH = 3$
10)	Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB=5, AC=12. H est le projeté orthogonal de A sur (BC). En utilisant l'aire du triangle rectangle, déterminer la longueur AH.	$AH = \frac{60}{13} \approx 4{,}6$

Exercice 2

1. $x^2-16-2(x+4)\geq 2x(x+4) \Leftrightarrow (x+4)\big((x-4)-2-2x\big)\geq 0 \Leftrightarrow (x+4)(-x-6)\geq 0.$

x	$-\infty$		-6		-4		$+\infty$
$x+4$		$-$		$-$	0	$+$	
$-x-6$		$+$	0	$-$		$-$	
$(x+4)(-x-6)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

D'après le tableau de signe, on en déduit que $S=[-6;-4]$.

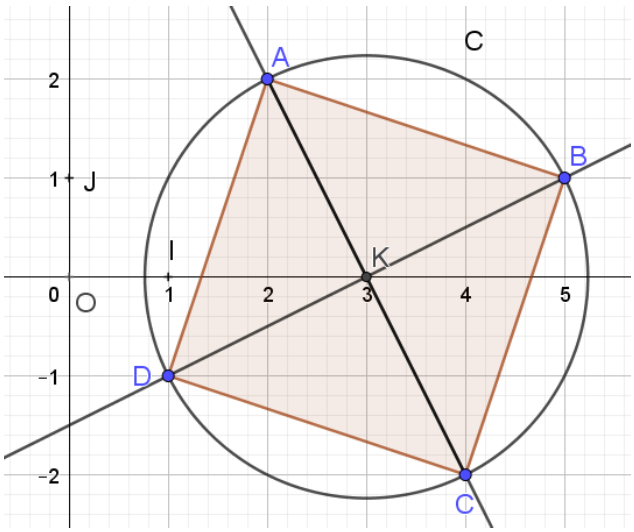
2. $\frac{x}{-x+3}<9 \Leftrightarrow \frac{x-9(-x+3)}{-x+3}<0 \Leftrightarrow \frac{x+9x-27}{-x+3}<0 \Leftrightarrow \frac{10x-27}{-x+3}<0.$

x	$-\infty$		$\frac{27}{10}$		3		$+\infty$
$-x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
$10x-27$		$-$	0	$+$		$+$	
$(10x+27)(-x+3)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

D'après le tableau de signe, on en déduit que $S=]-\infty;-\frac{27}{10}[\cup]3;+\infty[$.

Exercice 3

1. Voici la figure obtenue au fur et à mesure de la résolution de l'exercice.



2. Soit $K(x_K\,;y_K)$. On a :
$x_K=\frac{2+4}{2}=3$ et $y_K=\frac{2+(-2)}{2}=0$.
D'où $K(3;0)$.

3. On a que K est le milieu de [BD]. Soit $D(x_D\,;\,y_D)$. On a :
$3=\frac{5+x_D}{2} \Leftrightarrow 6=5+x_D \Leftrightarrow 1=x_D$;
$0=\frac{1+y_D}{2} \Leftrightarrow 0=1+x_D \Leftrightarrow -1=y_D$.
Donc $D(1;-1)$.

4. $AB = \sqrt{(2-5)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10}$;
$BC = \sqrt{(5-4)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10}$;
$CD = \sqrt{(4-1)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{10}$;
$AD = \sqrt{(2-1)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{10}$.

5. On rappelle qu'un carré est à la fois un losange et un rectangle.
Tout d'abord, comme $AB = BC = CD = AD$, ABCD est un losange.
Déterminons la longueur des deux diagonales [BD] et [AC].
$AC = \sqrt{(2-4)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{20}$;
$BD = \sqrt{(5-1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{20}$.
D'où $AC = BD$. Comme les diagonales de ABCD sont de même longueur, ABCD est un rectangle.
ABCD est donc un carré.

6. a) le diamètre du cercle circonscrit à ABD est l'hypoténuse [BD]. D'où le rayon est :
$r = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{20}}{2} = \sqrt{5}$.
b) K est le milieu de [BD] (l'hypoténuse de ABD) qui est le centre du cercle du cercle C.
On a : $EK = \sqrt{(2-3)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{5} = r$. Donc E appartient au cercle C.

Barème probable : **<u>Ex 1</u>** : 10 ; **<u>Ex 2</u>** : 5 ; **<u>Ex 3</u>** : 5 **; Bonus : 2**